Subject:
Year. Month. Date. ( )

مدلسازی بارهای مصرفی:

۱) مدل توانی:

مدلی که برای بار می‌گذارند به آن مدل توانی می‌گویند. چون مدل بار را با توانش ($S_L = \text{load}$ یا $S_D = \text{Demand}$) مشخص می‌کنند.

مدل توانی: $S_D = P_D + jQ_D = |S|\angle\theta$ پس اگر بخواهیم ببینیم که در یک نقطه چقدر مصرف داریم همهٔ توانها را با هم جمع می‌کنیم. این مدل را به صورت روبرو نشان می‌دهیم:

۲) مدل امپدانسی:

$Z = R + jX = |Z|\angle\theta$ ، بار مصرفی را با یک امپدانس مدل می‌کنیم.

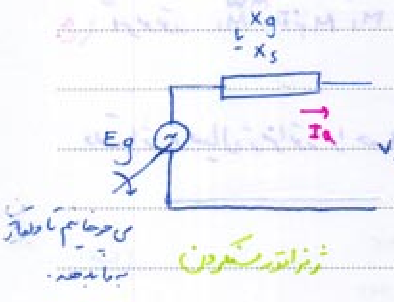
این مدل‌ها برای مطالعات حالت دائم است پس یک موتور را هم می‌توان با این مدلها مدل کرد. مثلاً اگر بخواهیم مدل توانی را برایش بگذاریم: $\cos\varphi$ و P را می‌دهند ⇐ $tg\varphi = \frac{Q}{P}$ ⇐ Q به دست می‌آید ⇐ $S = P + jQ$

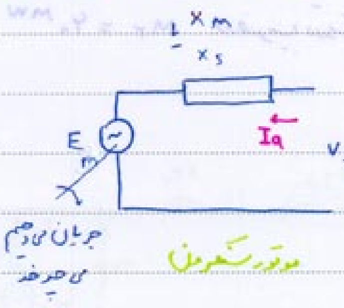
۳) مدل جریانی:

$I = |I|\angle\varphi$ ، به این صورت که بار مصرفی را با جریان مدل می‌کنیم.

* در بررسی‌ها بیشتر مدل توانی و مدل امپدانسی استفاده می‌کنیم.

یک مصرف‌کننده داریم به نام موتورهای سنکرون که مدل آن را مثل ژنراتور سنکرون قرار می‌دهیم.



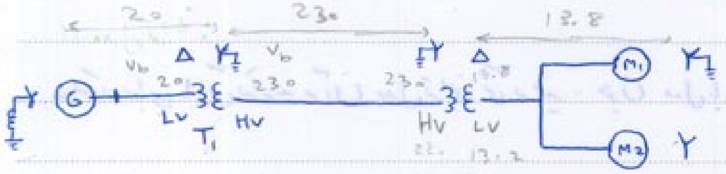


$V_t = E_g - jX_g I_a$

$V_t = E_m + jX_m I_a$

سمت اتصال ستاره HV و سمت اتصال مثلث LV است.

مثال) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت مطابق شکل مفروض است :



« دیاگرام تک خطی سیستم قدرت »

مشخصات این سیستم قدرت عبارتند از :

Gen : 300 MVA 20 kV $X_g = 20\%$

T_1 : 350 MVA 230 kV / 20 kV $X_{T_1} = 20\%$

T.L : 64 km $R = 0.5\ \Omega/km$ 230 kV

T_2 : (از سه ترانس تکفاز تشکیل شده) ولتاژ تکفاز : 127 kV / 13.2 kV (خطی) 100 MVA $X_{T_2} = 10\%$

M_1 : 200 MVA , 13.2 kV $X_{m_1} = 20\%$

M_2 : 100 MVA , 13.2 kV $X_{m_2} = 20\%$

الف) دیاگرام امپدانسی را رسم کنید. (منظور مدار معادل مدار)

ب) مقادیر امپدانس ها را برحسب پریونیت بدست آورید. مقادیر نامی ژنراتور را برای ژنراتور مبنا در نظر بگیرید.

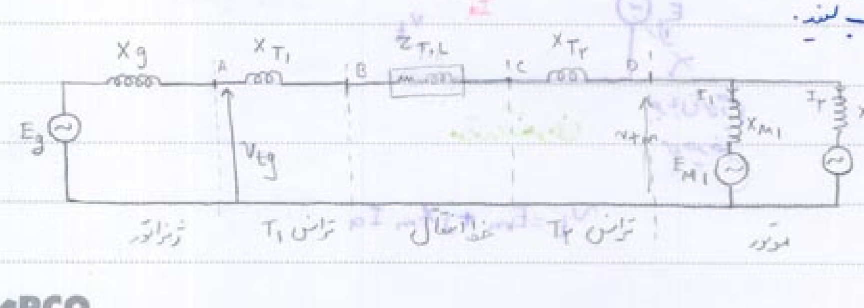
$S_b = 300$ MVA

ژنراتور $V_b = 20$ kV

(S_b برای کل شبکه 300 MVA ، اما V_b را برای نقاط دیگر مدار باید حساب کنیم.)

ج) اگر موتور $M_1 = 120$ MW و موتور $M_2 = 60$ MW در ضریب قدرت واحد و ولتاژ 13.2 kV مصرف نمایند ولتاژ ترمینال ژنراتور را حساب کنید.

الف)



Subject:
Year. Month. Date. (۹۰)

در اتصال ۲ ولتاژ فازی و در اتصال ۵ ولتاژ خطی است.

ب) $X_{T_1} = 0/2 \times \frac{300}{350} = 0/17^{Pu} = 17\%$ $\quad X_g = 20\% \Rightarrow X_g = 0/2^{Pu}$

در ترانس T_2:

سمت HV اولیه است که اتصال ستاره دارد پس برای تبدیل به ولتاژ خط در $\sqrt{3}$ ضرب می‌کنیم: $\frac{127\sqrt{3}}{13/2} = \frac{220}{13/2}$

برای سمت ثانویه یعنی LV ترانس T_2 ولتاژ مبنا عبارت است از: $13/2 \times \frac{230}{220} = 13/8^{KV}$

$$\left.\begin{array}{l} Z_{T_L} = 0/5\ \Omega/_{km} \times 64^{km} = 32^{\Omega} \\ Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{(230)^2}{300} = 176/3\ \Omega \end{array}\right\} \Rightarrow Z^{Pu}_{TL} = \frac{32}{176/3} = 0/1815^{Pu}$$

$$X_{T_2} = 0/1 \times \left(\frac{220}{230}\right)^2 = 0/1 \left(\frac{13/2}{13/8}\right)^2 = 0/0915^{Pu}$$

$$X_{M_1} = 0/2 \times \left(\frac{300}{200}\right)\left(\frac{13/2}{13/8}\right)^2 = 0/2745^{Pu}$$

$$X_{M_2} = 0/2 \times \left(\frac{300}{100}\right)\left(\frac{13/2}{13/8}\right)^2 = 0/5490^{Pu}$$

ج) $P_M = 60 + 120 = 180^{MW} \Rightarrow P_M^{Pu} = \frac{180}{300} = 0/6^{Pu}$ $\quad V_{t_m} = \frac{13/2}{13/8} = 0/9565 \angle 0^{\circ}\ ^{Pu}$

در واقع چون مقدار $\cos\varphi$ در هر دو بار 1 است تنها توان حقیقی را می‌توان با هم جمع کرد $\quad \cos\varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0 \rightarrow \operatorname{tg}\varphi = 0 = \frac{Q}{P}$

به عبارتی: $S_1 = \frac{P_1}{\cos\varphi} = P_1$ $\quad \rightarrow Q_1 = Q_2 = 0 \rightarrow S_1 = P_1,\ S_2 = P_2$

$$\Rightarrow P = VI\cos\varphi \Rightarrow I = \frac{0/6}{0/9565 \angle 0^{\circ} \times 1} = 0/6273 \angle 0^{\circ}\ ^{Pu}$$

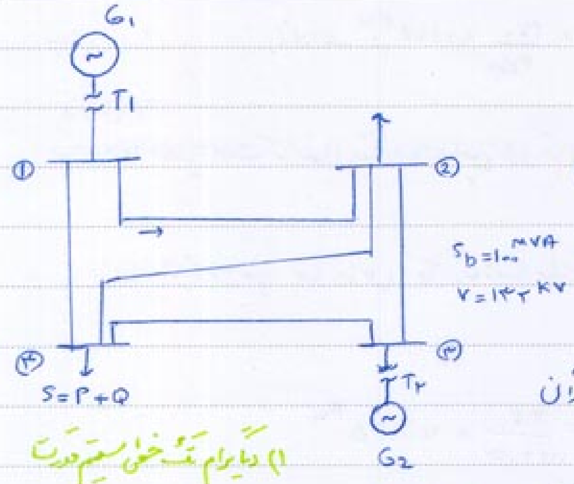
$$V_{tg} = V_{t_m} + j(X_{T_1} + X_{T.L} + X_{T_2})I$$

$$V_{tg} = 0/9565 \angle 0^{\circ} + j(0/17 + 0/1815 + 0/0915) \times 0/6273 \angle 0^{\circ}$$

$$\Rightarrow V_{tg} = 0/9958 \angle 16/15^{Pu} \times 20 = \boxed{19/916 \angle 16/15^{KV}}$$

Subject:
Year. Month. Date. (۹۱)

فصل ۷) ماتریس ادمیتانس شبکه:



۱) دیاگرام تک‌خطی سیستم قدرت

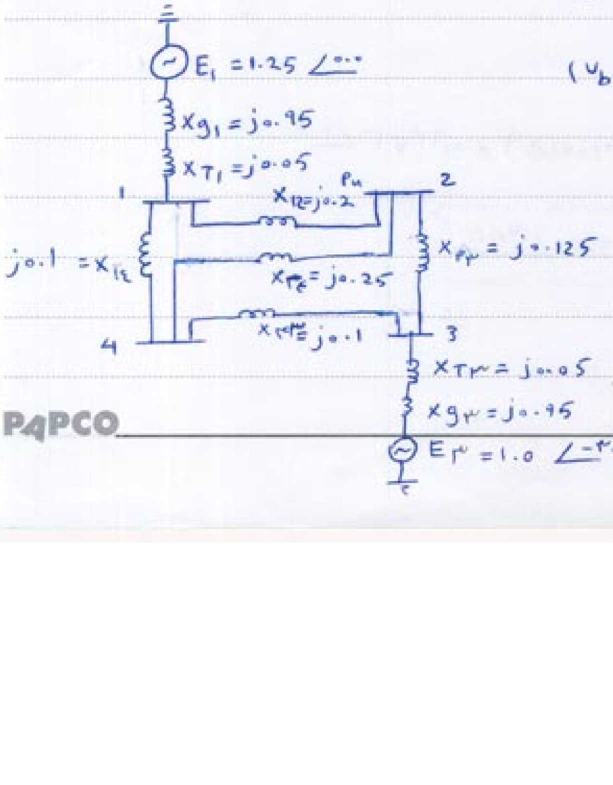
۲) شبکه شعاعی

شبکه‌های واقعی شعاعی نیست بلکه بصورت شکل ۱ است یعنی شبکه بهم پیوسته است. شکل ۱ مدل شبکه انتقال است و در آن توزیع حذف شده است. در واقع توزیع یعنی مصرف کننده‌ها را خلاصه می‌کنیم و در باسها قرار می‌دهیم.

حالا می‌خواهیم این شبکه ۱ را حل کنیم که در نهایت به ماتریس ادمیتانس شبکه می‌رسیم. مهمترین چیزی که از حل این شبکه می‌خواهیم بدست آوریم: تعیین ولتاژ باسها V_1 و V_2 ، V_3 ، V_4 است که این ولتاژها فازورند یعنی یک زاویه و یک اندازه دارند.
$|V_1| \angle^{\delta_1}$ و $|V_2| \angle^{\delta_2}$ و ...

بعد از اینکه ولتاژ باسها تعیین شد کمیت های دیگری را می‌خواهیم تعیین کنیم: مثلاً توانی که می‌خواهد از باس ۱ به سمت باس ۲ برود (توان انتقالی در خطوط)، همچنین می‌خواهیم تلفات خط و ... را حساب کنیم.

برای حل این سیستم قدرت می‌آییم مدار معادل برای المانها قرار می‌دهیم:

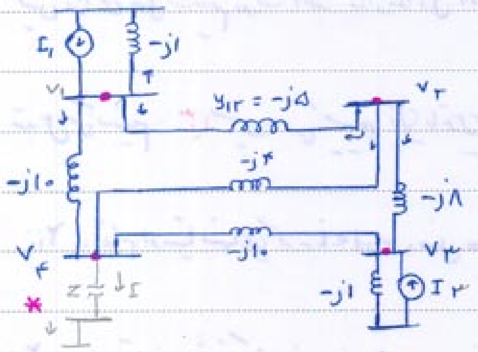


مقادیر پریونیت را هم روی شکل مشخص می‌کنیم (با داشتن S_b و V_b)

از مقادیر مقاومت هم صرفنظر کردیم. (R=0)

برای اینکه راحت‌تر باشیم منبع ولتاژ را به منبع جریان و امپدانس را به ادمیتانس تبدیل می‌کنیم لذا در شکل بعد خواهیم داشت:

$Y = G + jB$



$$I_1 = \frac{E_1}{x_{g1}+x_{T1}} = \frac{1.25}{j1.0} = -j1.25 \ \text{pu}$$

$$I_2 = \frac{E_2}{x_{g2}+x_{T2}} = \frac{1.0\angle -30}{j(1.0)} = -0.5 - j\,0.866 \ \text{pu}$$

در اینجا بهتر است از روش node مسئله را حل کنیم:

$$I_1 = (V_1 - V_2)(-j5) + (V_1 - V_4)(-j10) + V_1(-j1)$$

$$I_1 = (-j5 - j10 - j1)V_1 + (j5)V_2 + (j10)V_4$$

$$I_1 = \underbrace{(y_{12} + y_{14} + y_{10})}_{Y_{11}} V_1 + \underbrace{(-y_{12})}_{Y_{12}} V_2 + \underbrace{(-y_{14})}_{Y_{14}} V_4$$

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 + Y_{14}V_4 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4 \\ I_3 = Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 + Y_{34}V_4 \\ I_4 = Y_{41}V_1 + Y_{42}V_2 + Y_{43}V_3 + Y_{44}V_4 \end{cases} \qquad Y_{ii}\ ,\ Y_{ij}$$

ماتریس تقارنی یعنی $Y_{23} = Y_{32}$

$$I_1 = (-j16)V_1 + j5V_2 + j10V_4$$
$$0.0 = j5V_1 + (-j17)V_2 + j8V_3 + j4V_4$$
$$I_3 = j8V_2 + (-j19)V_3 + j10V_4$$
$$0.0 = j10V_1 + j4V_2 + j10V_3 + (-j24)V_4$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -j1.25 \\ 0.0 \\ -0.5-j0.866 \\ 0.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j16 & j5 & 0.0 & j10 \\ j5 & -j17 & j8 & j4 \\ 0.0 & j8 & -j19 & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

→ V_1، V_2، V_3 و V_4 بدست می‌آید ⟶

$$\begin{cases} V_1 = 1.096\angle -13.4^\circ \\ V_2 = 1.085\angle -13.5^\circ \\ V_3 = 1.08\angle -14.2^\circ \\ V_4 = 1.087\angle -13.3^\circ \end{cases}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}}_{I_{base}} = \underbrace{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}}_{Y_{base}} \underbrace{\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}}_{V_{base}}$$

ماتریس ادمیتانس شبکه

پس برای حل سیستم قدرت ابتدا (۱) مدار معادل امپدانسی آن را رسم می‌کنیم. (۲) سپس تمام امپدانسها را به ادمیتانس تبدیل می‌کنیم. (۳) سپس می‌رسیم اول ماتریس را حساب می‌کنیم.

منابع ولتاژ را به جریان

Y_{ii} : تمام ادمیتانسهایی که به node i وصل هستند را با هم جمع می‌کنیم. (عناصر روی قطر)

Y_{ij} : ادمیتانس مشترک بین node i و node j را با علامت منفی قرار می‌دهیم.

(۴) سپس برای بدست آوردن ولتاژها باید معکوس ماتریس Y را حساب کنیم.

به این مسأله، مسأله پخش بار می‌گویند.

* در این حالت * روی شکل، اگر بخواهیم ولتاژ مصرف کننده بعد از ترانس را حساب کنیم I و Z ترانس معلوم است، افت ولتاژ روی ترانس را محاسبه کرده و از ولتاژ node کم می‌کنیم.

* معکوس ماتریس Y_{bus} :

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = \underbrace{\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} \end{bmatrix}}_{\text{ماتریس امپدانس شبکه}}$$

$$V_{bus} = Z_{bus}\, I_{bus}$$

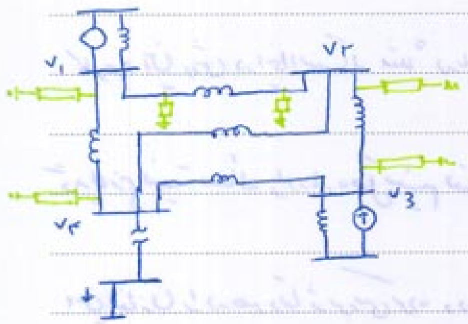
$$V_{bus} = Y_{bus}^{-1}\, I_{bus}$$

روش تشکیل Y_{bus} و Z_{bus} < روش مستقیم / روش غیر مستقیم

روش مستقیم تشکیل Z_{bus} در کتاب استیونسون هست و در کنکور کارشناسی ارشد سؤال می‌آید.

در مدل خطی که اینجا گذاشتیم مدل خط کوتاه . با صرف نظر کردن از تلفات است اگر از R صرف نظر کنیم چون می شود با این تفاوت که

Y مقدار حقیقی هم دارد . اگر مدل خط متوسط بود ادمیتانسهای زیر در مدل π اضافه می شود :



در تشکیل Y_{bus} عناصر غیر قطری هیچ تغییری نمی کنند . Y_{ij}

اما Y_{ii} تغییر می کند . پس اگر مدل π بود این ادمیتانسها با ادمیتانسهای Y_{ii}

node ها جمع می شوند . (لزومی ندارد که تمام خطوط کوتاه یا متوسط باشند)

* فرم کلی مدل : $I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \quad i=1,\dots,n$ (فرم فشرده)

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & & & \\ Y_{n1} & \cdots & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}}_{Y_{bus}} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

بنابراین در این فصل هدف محاسبه ولتاژها

با معلوم بودن مقدار جریانها است .

پس همیشه جریانها معلوم است یا اینکه یک مقادیری می دهند که بتوانیم جریان ها را حساب کنیم ...

گاهی اوقات در واقعیت که می خواهیم جریان را حساب کنیم مشکل پیش می آید . چون مثلاً در محل مصرف کننده مقدار توان S

$S = P + jQ$

را داریم اگر بخواهیم جریان را حساب کنیم :

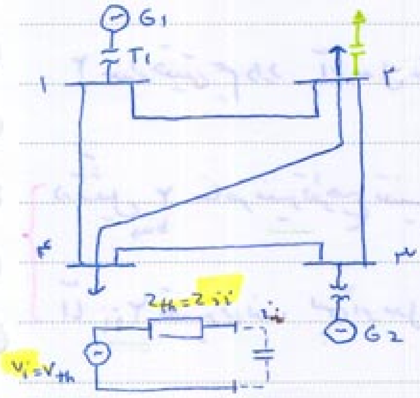
$S = V I^* \rightarrow I = \dfrac{S^*}{V^*}$ اما V معلوم نیست پس مشکل داریم

در این حالت مجبوریم از روش تکراری استفاده کنیم یعنی مجبوریم برای ولتاژ با آزمون و خطا یک مقداری فرض کنیم .

دو روش گوس - جردن و نیوتن - رافسون روشهای تکراری مورد نظر ما هستند که در فصل بعد بررسی می کنیم .

* فرض کنید یک شبکه قدرت به ما داده اند و ما تونن معادل آن را خواسته اند. برای این منظور از یک باس نگاه می‌کنیم و تونن

معادل آن را می‌نویسیم: مثلاً برای همین شبکه:



کاربرد این روش در اینجاست که مثلاً در باس ۲ یک خازن اضافه شده

که لازم نیست مسأله را دوباره حل کنیم فقط تونن مدار را کشیده و فقط تأثیر

این خازن را در هر ولتاژ بررسی کرده و در نهایت این تغییر را با ولتاژها جمع می‌کنیم. برای این منظور معادل تونن را از

باس ۲ نوشته و در این مدار معادل تونن، I_2 را بدست آورده و در معادله ماتریسی فقط مقدار I_2 را قرار داده و بقیه را صفر

می‌گذاریم همچنین در ماتریس ادمیتانس شبکه فقط مقدار ۲۲ را با در نظر گرفتن ادمیتانس اضافه شده به node دوباره می‌نویسیم

و بقیه مقادیر ۲ را صفر قرار می‌دهیم و V را بدست می‌آوریم. پس مقادیر V بدست آمده را با مقادیر قبلی‌ها جمع می‌کنیم.

* کاربرد Z_{bus} در تعیین مدار معادل تونن:

مثال) یک خازن 10^{MVA} با 132^{KV} در باس ۳ نصب شده است. ولتاژ باس‌ها را پس از نصب خازن محاسبه کنید.

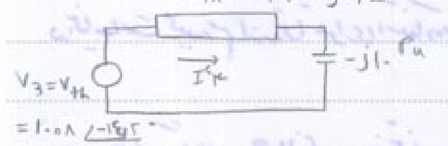
ولتاژ باس‌ها قبل از نصب خازن

$$\begin{cases} V_1 = 1.096 \angle -13.4^\circ \\ V_2 = 1.085 \angle -13.5^\circ \\ V_3 = 1.08 \angle -14.3^\circ \\ V_4 = 1.087 \angle -14.3^\circ \end{cases}$$

$X = -j10^{\,pu}$ $\quad Z = -1.j^{\,pu}$

از معکوس Y_{bus} بدست آید

$Z_{th} = Z_{33} = j0.15$



$$I_3^c = \frac{1.08 \angle -14.3}{j0.529 - j10} = 0.114 \angle -104.3^\circ \ pu$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.114 \angle -104.3 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j18.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{Y_{bus} \to Z_{bus}} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

$$V_1' = V_1 + Z_{1۳} I_۳^c = ۱/۰۹۲ \angle -۱۳/۳^\circ + j۰/۲۴۷۱ \times ۰/۱۱۴ \angle -۱۰۴/۳^\circ = ۱/۱۴۹ \angle -۱۲/۵^\circ$$

$$V_۲' = V_۲ + Z_{۲۳} I_۳^c = ۱/۰۸۵ \angle -۱۳/۵^\circ + j۰/۰۵۰۵ \times ۰/۱۱۴ \angle -۱۰۴/۳^\circ = ۱/۱۴۳ \angle -۱۳/۵^\circ$$

$$V_۳' = V_۳ + Z_{۳۴} I_۳^c = ۱/۰۸ \angle -۱۴/۳^\circ + j۰/۵۲۹ \times ۰/۱۱۴ \angle -۱۰۴/۳^\circ = ۱/۱۴ \angle -۱۴/۳^\circ$$

$$V_۴' = V_۴ + Z_{۴۳} I_۳^c = ۱/۰۸۷ \angle -۱۳/۳^\circ + j۰/۵۰۱ \times ۰/۱۱۴ \angle -۱۰۴/۳ = ۱/۱۴۴ \angle -۱۳/۳^\circ$$

فصل ۸ - کنش بار (LOAD FLOW)

روش G-S :

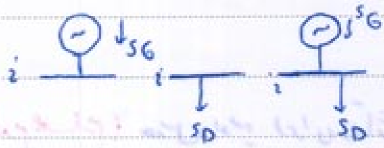
$$I = Y_{bus} V$$

معمولاً توان داده می‌شود (توان تزریقی را می‌توان محاسبه نمود) جریان تزریقی داده نمی‌شود.

برای هرکدام از حالتهای زیر می‌توان توان تزریقی را بصورت زیر محاسبه کرد:

لذا خواهیم داشت:

می‌توانیم توان تزریقی را حساب کنیم. S_i = توان تزریقی (توان مصرفی - توان تولیدی) $|V_i| \angle \delta_i$



محاسبه توان تزریقی در باس:

$S_i = S_G \qquad S_i = -S_D \qquad S_i = S_G - S_D$

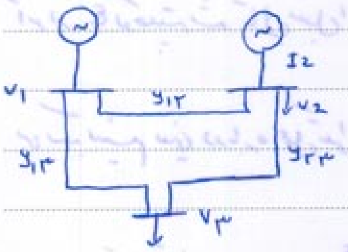
برای هر باسی می‌توان جریان تزریقی را بصورت زیر حساب کرد:

$$S_i = V_i I_i^* = P_i + jQ_i$$

محاسبه جریان تزریقی در باس:

$$I_i^* = \frac{S_i}{V_i} \rightarrow I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}$$

مجهولات: V_1 ، $V_۲$ ، $V_۳$



$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{1۲} V_۲ + Y_{1۳} V_۳ \\ I_۲ = Y_{۲1} V_1 + Y_{۲۲} V_۲ + Y_{۲۳} V_۳ \\ I_۳ = Y_{۳1} V_1 + Y_{۳۲} V_۲ + Y_{۳۳} V_۳ \end{cases}$$

معادلات پخش بار:

$$\begin{cases} \dfrac{P_1 - jQ_1}{V_1^*} = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 \\ \dfrac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 \\ \dfrac{P_3 - jQ_3}{V_3^*} = Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_1 = \dfrac{1}{Y_{11}}\left[\dfrac{P_1 - jQ_1}{V_1^*} - (Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3)\right] \\ V_2 = \dfrac{1}{Y_{22}}\left[\dfrac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - (Y_{21}V_1 + Y_{23}V_3)\right] \\ V_3 = \dfrac{1}{Y_{33}}\left[\dfrac{P_3 - jQ_3}{V_3^*} - (Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2)\right] \end{cases}$$

حالا می‌خواهیم از روش تکراری استفاده کنیم: (روش G-S)

قدم اول) مدار معادل شبکه را از روی دیاگرام تک خطی

قدم دوم) تشکیل ماتریس ادمیتانس شبکه

قدم سوم) نوشتن معادلات پخش بار حالت فشرده معادله:

معادله پخش بار مناسب برای روش G-S

$$\boxed{V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}V_j\right]}$$

$i = 1, \dots, n \quad , \quad i \neq j$

قدم چهارم) حدس اولیه برای ولتاژها اندازه: pu و زاویه: صفر

روش G-S:

حدس اولیه: $V_1^{(0)} = 1.0^{pu} \angle 0.0 \qquad V_2^{(0)} = 1.0^{pu} \angle 0.0 \qquad V_3^{(0)} = 1.0^{pu} \angle 0.0$

سپس این حدس اولیه را در معادله بالا گذاشته و $V_1^{(1)}$ ، $V_2^{(1)}$ ، $V_3^{(1)}$ را بدست می‌آوریم سپس باید ΔV_i را حساب کنیم.

اگر از ε کوچکتر شد قابل قبول است در غیر این صورت دوباره با مقادیر $V_i^{(1)}$ به عنوان حدس اولیه جدید مقادیر $V_i^{(2)}$ را

می‌یابیم یعنی دوباره عمل تکرار را انجام دهیم. پس روند:

$V_1^{(1)} \quad V_2^{(1)} \quad V_3^{(1)}$

$\Delta V_1^{(1)} \quad \Delta V_2^{(1)} \quad \Delta V_3^{(1)}$

$V_1^{(2)} \quad V_2^{(2)} \quad V_3^{(2)}$

$\text{if } |V_i^{k+1} - V_i^{k}| < \varepsilon \rightarrow$ قابل قبول

روش G-S :

در روش G-S همین کارها را انجام می دهیم با این تفاوت که وقتی مقادیر جدیدی اولیه را داد V_1 گذاشتیم و V_1 را بدست آوردیم

در معادله V_2 بجای حدس اولیه $V_1^{(0)}$ مقدار V_1 را که از معادله قبلی بدست آورده ام قرار می دهیم.

لذا داریم :
$$V_2^{(1)} = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^{*(0)}} - \left(Y_{21}V_1^{(1)} + Y_{23}V_3^{(0)}\right)\right]$$

* تسریع در همگرایی : در روش قبلی در هر مرحله مقادیر حدس جدید مرحله قبل را قرار داده و مقادیر جدید V را بدست می آوردیم

ولی در اینجا می آییم ΔV تکرار قبل را در α ضرب می کنیم $(1.5 < \alpha < 1.7)$ بعد با ولتاژ قبلی جمع کنید و در تکرار بعد استفاده

می کنیم .
$$\boxed{V_i^{k+1} = V_i^{k} + \alpha\,\Delta V_i^{k}}$$
که α عددی بین : $1.5 < \alpha < 1.7$

در روش اول از همین روش استفاده می کردیم منتها با $\alpha = 0$. لذا به α ضریب شتاب (acceleration factor) می گویند.

قدم ششم : بدست آوردن ولتاژ باسها $v_i = |v_i| \angle \delta_i$

قدم هفتم : بدست آوردن سایر کمیتهای مورد نظر (توان عبوری از خطوط - تلفات شبکه - ......)

* انواع باس در سیستم قدرت :

اولاً در هر باس ۴ کمیت داریم :

$V_i = |V_i| \angle \delta_i$ ——— i

$S_i = P_i + jQ_i$

	نوع باس	کمیت های معلوم		کمیت ها مجهول	
باس ژنراتوری	Slack	$\lvert V_1 \rvert$	δ_1	P_1	Q_1
بار Load bus	PQ	P_2	Q_2	$\lvert V_2 \rvert$	δ_2
کنترلی Control bus ژنراتوری	PV	$\lvert V \rvert$	P	δ	Q

* در باس Slack : ژنراتور وجود دارد که توانش را نمی دهد ولی ولتاژش را می دهد . اسم های دیگر این باس : شناور - اصلی - مادر - مرجع

در باس بار PQ فقط بار وجود دارد و دیگر ژنراتور نداریم :  این توان را اگر منفی کنیم توان تزریقی

$S_D = P_D + jQ_D$

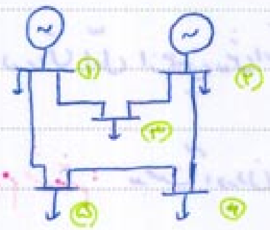
باس بدست می آید . $S_i = -S_D$

باسهای slack و PV باسهای ژنراتوری هستند . (در واقع در یک شبکه ، از میان باسهای ژنراتوری یک باس

را بعنوان باس slack انتخاب می کنیم . بقیه باسهای PV می شوند .

پس فقط در باسهای بار PQ توان معلوم است . ولی در باسهای ژنراتوری $|V|$ معلوم است .

پس مثلاً اگر در معادلات V_3 باس PV باشد فقط کافیست زاویه اش را حساب کنیم . اندازه اش معلوم است .



* در شبکه زیر 5 تا باس داریم که دو تا باس ژنراتوری و ۳ تا باس بار است .

باسهای ژنراتوری مجهز به رگولاتور (AVR) هستند که مرتب ولتاژ باس را تنظیم می کنند .

و این کار را با جریان تحریک انجام می دهد . پس اندازهٔ ولتاژ در باسهای ژنراتوری کنترل شده و معلوم است . اما چون

ولتاژ را با جریان تحریک تنظیم می کنند و جریان تحریک فرق می کند پس توان راکتیو تفاوت پیدا می کند پس توان راکتیو مجهول است

در باس slack ، P مجهول است چون تا پخش بار انجام ندهیم نمی توانیم تلفات شبکه را محاسبه کنیم . پس چون

تلفات از قبل معلوم نیست نمی توان توان اکتیو همهٔ ژنراتورها را تعیین کرد و در واقع باید یکی را مجهول بگذاریم تا بتوان تلفات

را به آن اختصاص دهیم که این کار را در مورد باس slack انجام می دهیم یعنی در این باس توان اکتیو شناور است .

در slack زاویه را هم معلوم می کنیم . چون زوایا را نسبت به باسهای دیگر بدست می آوریم بنابراین باید یک باس را مرجع

معلوم باشند (زاویه مرجع) تا بتوان زوایای سایر باسها را نسبت به این مرجع بدست آورد: $\delta_{21} = \delta_2 - \delta_1$

که معمولاً مقدار این زاویه مرجع را صفر در نظر می‌گیریم. به همین دلیل به باس slack باس مرجع هم گفته می‌شود.

← بنابراین در نهایت پخش بار انجام شده و ولتاژهای باسها هم بدست آمدند. فرض کنید سه باس زیر را در شبکه داریم:

باسها و ولتاژهای باسها را معلوم می‌کنیم:

Bus 1 : slack $|V_1| \angle \delta_1$

Bus 2 : PV $|V_2| \angle \delta_2$

Bus 3 : PQ $|V_3| \angle \delta_3$

پس از آن: الف) توان اکتیو و راکتیو باس slack (P_1, Q_1)

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \rightarrow P_i - jQ_i = V_i^* \left[\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \right]$$

تزریقی در باس slack

$$P_1 = Re\left[V_1^* \sum_{j=1}^{3} Y_{ij} V_j \right] = Re\left[V_1^* \left(Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + Y_{13} V_3 \right) \right]$$

$$Q_1 = -Im\left[V_1^* \sum_{j=1}^{3} Y_{ij} V_j \right]$$

به باس slack نگاه می‌کنیم اگر مصرف کننده داشته باشد $P_{D_1} = 0$

$$P_1 = P_{G_1} - P_{D_1} \rightarrow P_{G_1} = P_1 + P_{D_1}$$

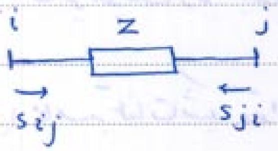
$$Q_1 = Q_{G_1} - Q_{D_1} \rightarrow Q_{G_1} = Q_1 + Q_{D_1}$$

P_1 که از بالا بدست آوردیم همان P_{G_1} می‌شود.

ب) توان راکتیو در باسهای PV :

$$Q_i = -Im\left[V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \right]$$

ج) توان اکتیو و راکتیو جاری در خطوط:

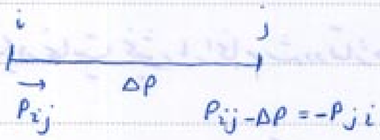


$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$$

$$S_{ji} = P_{ji} + jQ_{ji}$$

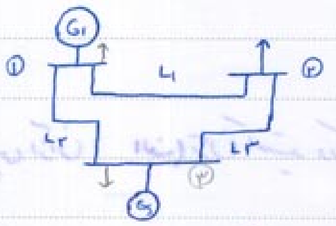
د) تلفات شبکه : ΔP_{ij} = تلفات اکتیو در خطی که باس i و j را بهم وصل کرده.

$$\Delta P_{ij} = P_{ij} + P_{ji} \qquad \Delta Q_{ij} = Q_{ij} + Q_{ji}$$



$$\rightarrow P_{ij} + P_{ji} = \Delta P$$

مثال) شبکه زیر را داریم : اطلاعات خطوط :



$L_1 : Z_1 = ۰/۰۲ + j۰/۰۸ \ pu$

$L_2 : Z_2 = ۰/۰۲ + j۰/۰۸ \ pu$

$L_3 : Z_3 = ۰/۰۲ + j۰/۰۸ \ pu$

در این مثال برای سادگی فرض شده که هر سه خط کوتاه و مشابه اند. دیاگرام تک خطی سیستم قدرت ۳ باسه

اطلاعات باسها :

Bus No	Type of Bus	Bus Voltage $\lvert V \rvert$	Bus Voltage δ	Generation P_g	Generation Q_g	Load P_D	Load Q_D
۱	Slack	1.02	0.0	?	?	1.0	0.5
۲	PQ	?	?	0.0	0.0	0.5	0.25
۳	PV	1.0	?	1.0	?	0.2	0.1

الف) با استفاده از روش G-S ولتاژ باسها را محاسبه کنید.

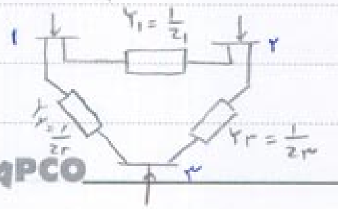
$V_2 = \lvert V_2 \rvert \angle \delta_2$

$V_3 = \lvert 1.0 \rvert \angle \delta_3$

ب) سایر مجهولات را محاسبه کنید : Q_3 ، P_{g_1} ، Q_{g_1}

ج) محاسبه تلفات شبکه و توان جاری در خطوط ؟

الف) حل : ۱) رسم مدار معادل (مدار معادل امپدانسی یا ادمیتانسی).



بعد از رسم مدار معادل برای اینکه راحت باشیم امپدانسها را تبدیل به ادمیتانس می کنیم.

۲) تشکیل ماتریس Y_{bus} :

$$Y_{11} = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \left(\frac{1}{0.02 + j0.08}\right)2 = 24.23\angle -76^\circ$$

$$Y_{22} = Y_1 + Y_3 = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_3} = 24.23\angle -76^\circ$$

$$Y_{33} = Y_2 + Y_3 = \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} = 24.23\angle -76^\circ$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -Y_1 = -\frac{1}{z_1} = -\frac{1}{0.02+j0.08} = 12.13\angle 104^\circ$$

$$\Rightarrow Y_{bus} = \begin{bmatrix} 24.23\angle -76^\circ & 12.13\angle 104^\circ & 12.13\angle 104^\circ \\ 12.13\angle 104^\circ & 24.23\angle -76^\circ & 12.13\angle 104^\circ \\ 12.13\angle 104^\circ & 12.13\angle 104^\circ & 24.23\angle -76^\circ \end{bmatrix}$$

۳) محاسبه توانهای تزریقی :

$P_{G_2} - P_{D_2}$

$$\begin{cases} P_2 = -0.5\ pu \\ Q_2 = -0.25\ pu \end{cases} \qquad \begin{cases} P_3 = 0.8\ pu \\ Q_3 = Q_{g_3} - 0.1 \end{cases}$$

۴) معادله پخش بار : 6-5

$$v_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\left(\frac{P_i - jQ_i}{v_i^*}\right) - \sum_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} Y_{ij} v_j\right] \qquad i = 2, \dots, n$$

معادلات پخش بار

$$\begin{cases} v_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - (Y_{21}V_1 + Y_{23}V_3)\right] \\ v_3 = \frac{1}{Y_{33}}\left[\frac{P_3 - jQ_3}{V_3^*} - (Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2)\right] \end{cases}$$

حدس اولیه برای مقادیر مجهولات :

$$v_2^{(0)} = 1.0\angle 0.0^\circ \qquad v_3^{(0)} = 1.0\angle 0.0^\circ$$

$$v_2^{(1)} = \frac{1}{24.23\angle -76^\circ}\left[\frac{-0.5 + j0.25}{1.0\angle 0.0} - (12.13\angle 104^\circ \times 1.02\angle 0.0 + 12.13\angle 104^\circ \times 1.0\angle 0.0)\right]$$

$$= 0.9959\angle -1.02$$

اما داریم :

$P_i = Re\left[v_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} v_j\right]$ توان اکتیو تزریقی در هر باس ، $Q_i = -Im\left[v_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} v_j\right]$ فرمول توان راکتیو

Subject:
Year. Month. Date. (۱۰۳)

بنابراین : $Q_3 = -Im[V_3^* (Y_{31}V_1^{(0)} + Y_{32}V_2^{(1)} + Y_{33}V_3^{(0)})]$ ⊛

$= -Im[1.0\angle 0.0 (12.13\angle 104 \times 1.02\angle 0.0 + 12.13\angle 104 \times 0.9959\angle -1.02 + 24.23\angle -76 \times 1.0\angle 0.0)] =$ -0.2579 P_4 $V_2^{(1)}$

$\rightarrow V_3^{(1)} = \frac{1}{24.23\angle -76°}\left[\frac{0.8 + j0.2579}{1.0\angle 0.0} - (\underbrace{\quad''\quad}_{Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2^{(1)}})\right] = 1.0\angle 1.45°$

سپس $\Delta V_2 = |V_2^{(1)} - V_2^{(0)}|$ و $\Delta V_3 = |V_3^{(1)} - V_3^{(0)}|$ را محاسبه کرده و با ε مقایسه می‌کنیم

$\rightarrow \Delta V_2^{(1)} = |V_2^{(1)} - V_2^{(0)}| = |0.9959\angle -1.02 - 1.0\angle 0.0| > \varepsilon$ $\varepsilon = 0.0000001$

$\Delta V_3^{(1)} = |V_3^{(1)} - V_3^{(0)}| = \quad > \varepsilon$

سپس تکرار (۲) را انجام می‌دهیم : $V_2^{(2)} = 0.9952\angle -0.277$

در تکرار سوم مقدار $V_2^{(2)}$ را کار می‌بریم $Q_3 = -0.3550 \rightarrow V_3^{(2)} = 1.0\angle 1.87°$

که باز هم اگر ΔV ها را حساب کنیم از ε بیشتر می‌شود پس به تکرار بعدی می‌رویم و آن قدر این روند را ادامه می‌دهیم تا مقدار ΔV ها از ε کوچکتر شود. این اتفاق در تکرار دوازدهم می‌افتد.

$$\begin{cases} V_2^{(12)} = 0.99584\angle -2.64° \\ V_3^{(12)} = 1.0\angle 2.03 \end{cases}$$

بنابراین : توان تزریقی اکتیو در باس ۱ : $P_1 = Re[V_1^* (Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3)] =$

توان تزریقی راکتیو در باس ۱ : $Q_1 = -Im[\quad '' \quad] =$

پس از بدست آوردن P_1 و Q_1 می‌آییم :

$$\begin{cases} P_{g_1} = P_1 + P_{D_1} \\ Q_{G_1} = Q_1 + Q_{D_1} \end{cases}$$

توان باس Slack ، توان تزریقی ، توان بار

پس توان اکتیو و راکتیو باس Slack بدست می‌آید.

حالا : $Q_3 = -Im[V_3^* (Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3)] \rightarrow Q_{g_3} = Q_3 + Q_{D_3} =$

توان راکتیو باس ۳ تزریقی ، بار

برای اکتیو دقت کنید در باس ۳ ، P_4 را باید با توان راکتیو Q_{g_3} ... مقدار باشد. چون دیتا را داده است می‌کنید توان معلوم است.

نکته: اگر ژنراتور ۳ برای توان راکتیوش محدودیت بدهیم، یعنی بگوییم که ژنراتور توان راکتیوی که تولید می‌کند $Q_{min} < Q_g < Q_{max}$

توان تزریقی

در این حالت ابتدا نگاه می‌کنیم که آیا در باس ۳ برقرار باشد؟ که در اینجا داریم پس: $Q_{min} - Q_{D_3} < Q_3 < Q_{max} - Q_{D_3}$

بنابراین توان تزریقی باس ۳ بدست می‌آید. در واقع ژنراتور می‌تواند از یک حدی فوق تحریک یا زیر تحریک کار کند بنابراین قیدی نداریم.

بنابراین مثلاً اگر در این مثال قید داشتیم Q_3 را که در (*) بدست آوردیم باید ببینیم در بازه صحت باشد. فرض کنید بیشتر از max

شد. بنابراین مقدار Q_3 را که بدست آوردیم دور می‌ریزیم و مقدار بالای حد (max) را به Q_3 نسبت می‌دهیم بنابراین دیگر در این

تکرار باس PQ می‌شود. ولی اگر در حد مجاز بود باس PV است. در نهایت، در تکرار آخر، نوع نهایی باس معلوم می‌شود.

* روش نیوتن - رافسون (N-R):

$$\begin{cases} y^2 - 4x = 4 \\ 2y - x = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} f_1(x,y) = 4 \\ f_2(x,y) = 2 \end{cases}$$

در این روش یک دسته معادله داریم.

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = k_1 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = k_2 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = k_n \end{cases}$$

در ابتدا می‌آییم یک حدس اولیه را به مقدار $x^{(0)} = -1$ و $y^{(0)} = 1$ نسبت می‌دهیم.

پس حدس اولیه برای مقادیر مجهول داریم یعنی: $x_1^{(0)} \quad x_2^{(0)} \ldots\ldots x_n^{(0)}$: حدس اولیه

که این حدس اولیه که زدیم از مقدار واقعی یک مقدار کمتر یا یک مقدار بیشتر است. بنابراین اگر یک مقدار Δ را به مقادیر حدس اولیه

اضافه کنیم به جواب اصلی نزدیکتر می‌شویم.

$$x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}$$

$$x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}$$

1 حالا می‌آییم مقادیر زیر را حساب می‌کنیم:

$$k_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)})$$

$$k_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)})$$

$$\vdots$$

$$k_n - f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)})$$

اگر تمام این مقادیر از ε کوچکتر

۲) شد که همان حدس اولیه جواب مورد نظر است در غیر این صورت می‌آییم ماتریس زیر را تشکیل می‌دهیم :

و از مقادیر حدس اولیه در آن مقدارگذاری کنیم :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}^{(0)}}_{\text{ماتریس ژاکوبین } (J)} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}}_{C^{(0)}} = \underbrace{\begin{vmatrix} k_1 - f_1(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) \\ \vdots \\ k_n - f_n(x_1^{(0)}\ x_2^{(0)} \ldots x_n^{(0)}) \end{vmatrix}}_{D^{(0)}}$$

$D = JC$ که $D^{(0)} = \begin{bmatrix} f_1 - f_1^{(0)} \\ f_2 - f_2^{(0)} \\ \vdots \\ f_n - f_n^{(0)} \end{bmatrix} \to J^{(0)^{-1}} D = C$ که $C^{(0)} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}^{(0)}$

۳) پس از بدست آوردن مقادیر Δx ها آنها را با حدس اولیه جمع کرده و به تکرار ۲ می‌رویم. $x_i^{(1)} = x_i^{(0)} + \Delta x_i^{(0)}$

مثال)

$x^{(0)} = -1 \quad , \; y^{(0)} = 1$

$$\begin{cases} y^2 - 4x = 4 \\ 2y - x = 2 \end{cases} \to \begin{matrix} f_1^{(0)} = 5 \\ f_2^{(0)} = 3 \end{matrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 4-5 \\ 2-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$\varepsilon = 0.001$

$$J = \begin{bmatrix} -4 & 2y \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad J^{(0)} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \to C = J^{(0)^{-1}} D \to C = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

حالا در تکرار بعد داریم :

$$x_1^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} = -1 + 0.0 = -1$$

$$y^{(1)} = y^{(0)} + \Delta y^{(0)} = 1 + (-0.5) = 0.5$$

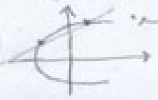
$$\to \begin{matrix} f_1^{(1)} = 4.25 \\ f_2^{(1)} = 2 \end{matrix} \to D^{(1)} = \begin{bmatrix} 4 - 4.25 \\ 2 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

باز هم D از ε کوچکتر نشد

پس ژاکوبین را تشکیل می‌دهیم

$$J^{(1)} = \begin{bmatrix} -4 & 1.0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \to C = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.07143 \\ 0.03571 \end{bmatrix}^{(1)} \to x^{(2)} = x_1^{(1)} + \Delta x^{(1)} = -1 - 0.07143 = -0.92857$$

$$y^{(2)} = y^{(1)} + \Delta y^{(1)} = 0.5 + 0.03571 = 0.53571$$



اگر با روش G-S ۱۵ تکرار داشتیم با این تکرار در بار سوم یا چهارم به جواب می‌رسد.

* پخش بار به روش N-R :

جریان تزریقی در هر باس $\quad I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \qquad i=1,\dots,n$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

توان تزریقی در باس: $\quad S_i = S_{Gi} - S_{Di}$

$$S_i = V_i I_i^*$$

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}$$

$$* \quad \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \qquad i=2,\dots,n \;\rightarrow\; V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} Y_{ij} V_i\right]$$

معادله پخش بار مناسب با روش G-S

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j$$

حالا می‌خواهیم معادلات نیوتن - رافسون را بدست آوریم:

$$* \begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots) = k_1 \\ f_2(x_1, \dots, x_n) = k_2 \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots) = k_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_i = Re\left[V_i^* \sum Y_{ij} V_j\right] \\ Q_i = -Im\left[V_i^* \sum Y_{ij} V_j\right] \end{cases} \qquad i = 2, 3, 4$$

اگر بخواهیم مدل را بصورت مختصات قطبی بنویسیم با توجه به:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij}$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i \qquad V_j = |V_j| \angle \delta_j \qquad Y_{ii} = |Y_{ii}| \angle \theta_{ii}$$

لذا خواهیم داشت:

معادلات پخش بار در روش نیوتن رافسون

$$\begin{cases} P_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}||V_j| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \\ Q_i = -|V_i| \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}||V_j| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \end{cases} \qquad i = 2, \dots, n$$

در رابطه P_i فقط اندازه ولتاژ و زاویه ولتاژها مجهول است نه توان

$$P_2 = f_2(|V|, \delta)$$

که P_i مقداری ثابت است نه توان در واقع این رابطه مشابه روابط * شد.

اگر شبکه ۳ باس داشته باشد: برای شبکه ۳ باسه داریم $i = 2, 3$ ، $j = 1, 2, 3$

چهار تا معادله خواهیم داشت: (چون دیتای باس ۱ که slack است معلوم است)

$$* \begin{cases} P_2 = f_2(|V|, \delta) \\ P_3 = f_3(\ldots) \\ Q_2 = f_2(\ldots) \\ Q_3 = f_3(\ldots) \end{cases}$$

۱) حدس اولیه: باس ۱ نیاز به حدس ندارد چون باس slack است و ولتاژش معلوم است.

$|V_1| \angle \delta_1 = 1.0 \angle 0.0$ (معلوم است) $\quad |V_3|^{(0)} \angle \delta_3^{(0)} = 1.0 \angle 0.0 \quad |V_2|^{(0)} \angle \delta_2^{(0)} = 1.0 \angle 0.0$

حالا مقدارهای حدس اولیه را در روابط بالایی * قرار داده و ماتریس D را ایجاد می‌کنیم:

$$D = \begin{array}{c} \text{معلوم} \qquad \text{محاسبه} \\ \begin{bmatrix} P_2^{spec} - P_2^{cal(0)} \\ P_3^{spec} - P_3^{cal(0)} \\ Q_2^{spec} - Q_2^{(0)} \\ Q_3^{spec} - Q_3^{(0)} \end{bmatrix} \end{array}$$

اگر مقادیر اختلاف از ε کمتر بود که همین جواب است اما اگر اختلاف از ε بزرگتر شد لازم است ماتریس ژاکوبین را تشکیل دهیم:

ماتریس ژاکوبین بصورت زیر خواهد بود:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$C = \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \\ \Delta|V_3| \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} & J & \end{bmatrix}^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \\ \Delta|V_3| \end{bmatrix}^{(0)}}_{\text{missmatch power **}} \Rightarrow C = J^{-1}_{(0)} D$$

اگر تمام اعضای این بردار از ε کوچکتر شد به جواب رسیده‌ایم

PAPCO

missmatch یعنی match نشده‌اند چون اگر match شده بودند به جواب رسیده بودیم.

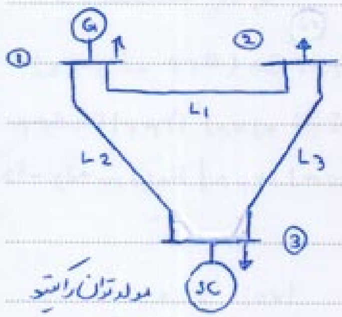
بتل از روش نیوتن - رافسون ۲ کار را باید انجام دهیم: ۱) نوشتن ماتریس Y_{bus} ۲) نوشتن معادلات پخش بار

پس از آن ژاکوبین را تشکیل می دهیم بعد از تشکیل ژاکوبین به معادله ** می رسیم.

در مرحله بعد داریم: (اگر به جواب نرسیدیم)

$$\delta_2^{(1)} = \Delta\delta_2^{(0)} + \delta_2^{(0)}$$
$$\delta_3^{(1)} = \Delta\delta_3^{(0)} + \delta_3^{(0)}$$
$$|V_2|^{(1)} = \Delta|V_2|^{(0)} + |V_2|^{(0)}$$
$$|V_3|^{(1)} = \Delta|V_3|^{(0)} + |V_3|^{(0)}$$

مورد استفاده در تکرار بعد



مولد توان راکتیو (مثل یک خازن)

مثال) دیاگرام تک خطی یک سیستم سه باسه مطابق شکل زیر است:

$Y = j0.02$ Pu <= خطوط مدل π است.

اطلاعات خطوط: L_1, L_2, L_3: $Z = 0.02 + j0.08$ Pu

اطلاعات باسها:

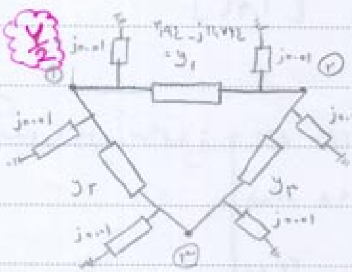
شماره باس	نوع باس	ولتاژ $\|V\|$	δ	توان تولیدی P_G	Q_G	توان مصرفی P_D	Q_D
۱	Slack	1.04	0.0	?	?	2.0	1.0
۲	PQ	?	?	0.5	1	0.0	0.0
۳	PV	1.04	?	0.0	?	1.5	0.6

$\varepsilon = 0.01$

درضمن در باس ۳ محدودیت توان راکتیو داریم. یعنی $0 \le Q_{G_3} \le 1.5$ Pu

به روش N-R پخش بار را انجام دهید.

۱) تشکیل دیاگرام معادل امپدانسی:



باید Z خطوط را ادمیتانس تبدیل کنیم.

در این مثال:

$$y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{0.02 + j0.08}$$

$y_1 = y_2 = y_3 = 2.94 - j11.764$

۲) تشکیل Y_{bus}:

Y_{ii} عناصر قطری $= 2.344 - j11.764 + j0.01 + j0.01 + 2.344 - j11.764$

$= 5.882 - j23.508 = 24.23\angle{-75.95^\circ}$

* (درایه) عناصر غیر قطری، منفی ادمیتانس شاخه موازی آنها است:

Y_{ij} عناصر غیر قطری $= -(2.94 - j11.764) = -2.94 + j11.764$

$= 12.13\angle{104.04}$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 24.23\angle{-75.95^\circ} & 12.13\angle{104.04} & 12.13\angle{104.04} \\ 12.13\angle{104.04} & 24.23\angle{-75.95} & 12.13\angle{104.04} \\ 12.13\angle{104.04} & 12.13\angle{104.04} & 24.23\angle{-75.95} \end{bmatrix}$$

۳) نوشتن معادلات پخش بار:

معادلات پخش بار

$$\begin{cases} P_2 = |V_1||V_2||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2) + |V_2|^2|Y_{22}|\cos\theta_{22} + |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2) \\ P_3 = |V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3) + |V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3) + |V_3|^2|Y_{33}|\cos\theta_{33} \\ Q_2 = -|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2) - |V_2|^2|Y_{22}|\sin\theta_{22} - |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2) \end{cases}$$

تزریقی

$P_{G2} - P_{D2}$

$$\begin{cases} P_2^{sp} = 0.5 \\ P_3^{sp} = -1.5 \\ Q_2^{sp} = 1.0 \end{cases}$$

حدس اولیه: $\delta_2^{(0)} = 0.0$ $\quad \delta_3^{(0)} = 0.0$ $\quad |V_2|^{(0)} = 1.0$

$|V_1| = 1.04$ $\quad \delta_1 = 0.0$ $\quad |V_3| = 1.04$

حالا مقادیر حدس اولیه را در معادلات پخش بار قرار می‌دهیم:

$P_2^{(0)} = -0.23$

$P_3^{(0)} = 0.12$

$Q_2^{(0)} = -0.96$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.5 - (-0.23) \\ -1.5 - (0.12) \\ 1.0 - (-0.96) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.73 \\ -1.62 \\ 1.96 \end{bmatrix}$$

۴) تشکیل ماتریس ژاکوبین:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \end{bmatrix}$$

$$J^{(0)} = \begin{bmatrix} 24.47 & -12.23 & 5.64 \\ -12.23 & 24.95 & -3.05 \\ -6.11 & 3.05 & 22.54 \end{bmatrix}$$

ژاکوبین متقارن نیست

$$\begin{bmatrix}\Delta\delta_2\\ \Delta\delta_3\\ \Delta|V_2|\end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} & // & \end{bmatrix}^{-1\,(0)} \begin{bmatrix}0.703\\ -1.62\\ 1.95\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}\Delta\delta_2\\ \Delta\delta_3\\ \Delta|V_2|\end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix}-0.023\\ -0.0654\\ 0.089\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\delta_2\\ \delta_3\\ |V_2|\end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix}-0.023\\ -0.0654\\ 0.089\end{bmatrix}^{(0)} + \begin{bmatrix}0.0\\ 0.0\\ 1.0\end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix}-0.023\\ -0.0654\\ 1.089\end{bmatrix}$$

حالا باید Q3 را هم حساب کنیم چون باس PV است:

$Q_3^{(1)} = 0.46774$ pu

$Q_{G3} = Q_3 + Q_{D3} = 0.46774 + 0.6 = 1.06774$ pu $\rightarrow$ که می‌بینیم در محدوده هست

$0 < Q_3 < 1.5$

در واقع بهتر بود که در معادلات پخش بار معادلهٔ Q3 را هم می‌نوشتیم اگر جایی داخل محدوده بود چون لازم است و هر جا به خارج از محدوده بود باید معادلهٔ پخش بار Q3 را بنویسیم و Q3 را حساب کنیم چون که باس PV نیست و PQ است بنابراین V3 مجهول است.

یا اینکه برای اینکه ببینیم در محدوده هست یا نه این کار را می‌کنیم:

$0 - 0.6 < Q_3 < 1.5 - 0.6 \rightarrow \boxed{-0.6 < Q_3 < 0.9}$

که می‌بینیم $Q_3^{(1)} = 0.46774$ pu در این بازه هست.

در این مرحله پس از ۳ تکرار جواب بدست آمد:

$$\begin{cases} V_2 = 1.081 \angle -0.024 \\ V_3 = 1.04 \angle -0.0655 \end{cases}$$

$\rightarrow$ معلوم می‌شود باس PV باقی مانده

$Q_3 = 0.15 \rightarrow$ در محدودهٔ مجاز قرار دارد

$S_1 = 1.031 - j0.791$, $S_2 = 0.5$, $S_3 = -1.5 - j0.15$

تلفات شبکه (اکتیو) $= 0.031 = \Delta P_{ij} = 1.031 + 0.5 - 1.5 = 0.031$

برای سیستم چهار باسه داشتیم:

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}H & N\\ J & L\end{bmatrix}}_{J}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta|V|\end{bmatrix}$$

نکته ۱)

$$\begin{bmatrix}\Delta P_2\\ \Delta P_3\\ \Delta Q_2\\ \Delta Q_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{\partial P_2}{\partial\delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial\delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial|V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial|V_3|}\\ \frac{\partial P_3}{\partial\delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial\delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial|V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial|V_3|}\\ \frac{\partial Q_2}{\partial\delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial\delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial|V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial|V_3|}\\ \frac{\partial Q_3}{\partial\delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial\delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial|V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial|V_3|}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta_2\\ \Delta\delta_3\\ \Delta|V_2|\\ \Delta|V_3|\end{bmatrix}$$

$$[H]=\left[\frac{\partial P}{\partial\delta}\right] \qquad N=\frac{\partial P}{\partial|V|} \qquad J=\frac{\partial Q}{\partial\delta} \qquad L=\frac{\partial Q}{\partial|V|}$$

$$H_{ii} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \qquad Y_{ii} = G_{ii} + jB_{ii}$$

$\vdots$

۸تا فرمول داریم. بنابراین بجای اینکه ماتریس ژاکوبین را با هم از مشتق‌گیری حساب کنیم، می‌توانیم از این فرمولها استفاده کنیم.

نکته ۲) یک روش دیگر برای پخش بار وجود دارد که ساده‌تر است:

پخش بار دی‌کاپل (Decoupled Load Flow)

در این نوع پخش بار داریم:

$$\Delta P = H\,\Delta\delta + N\,\Delta|V|$$
$$\Delta Q = J\,\Delta\delta + L\,\Delta|V|$$

می‌بینیم که تغییرات توان اکتیو هم به تغییرات زاویه و هم به تغییرات ولتاژ وابسته است. با توجه به فرمول هم به چنین نتیجه

می‌توانستیم برسیم: داشتیم:

$$P = \frac{|V_i||V_j|}{X}\sin\delta \qquad P = f(|V|,\delta) \qquad V_i\angle\delta \longrightarrow V_j\angle 0.0$$

اما داشتیم که رابطه P با δ قوی است. $P \xrightarrow{\text{قوی}} \delta$ ، $P \xrightarrow{\text{ضعیف}} |V|$ ، در مورد ΔQ هم تابع V و δ است

با این تفاوت که: $Q \xrightarrow{\text{ضعیف}} \delta$

$Q \xrightarrow{\text{قوی}} |V|$

بنابراین می‌توان روابط را بصورت زیر نوشت:

$$\Delta P = H\,\Delta\delta \qquad \Delta Q = L\,\Delta|V| \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

پس در اینجا بجای اینکه H، L، J، N را حساب کنیم فقط H و L را محاسبه کنیم. در این حالت سرعت محاسبه بالا می‌رود اما دقت پایین آمده.

تفاوت این روابط جدید با روابط قبلی این است که در اینجا اگر δ را تغییر دهیم دیگر Q تغییر نمی‌کند چون تابع δ نیست در مورد |V| هم همین طور است. بعبارتی کوپلاژ را حذف کرده‌ایم چون هر دو رابطه هر کدام به یکی از δ و V وابسته است.

بعبارتی این نوع پخش بار بیان نیوتن - رافسون است با این تفاوت که J و N را صفر کرده‌ایم.

مثال جلسه قبل:

$$\begin{array}{r} \Delta P_2 \leftarrow \\ \Delta P_3 \leftarrow \\ \Delta Q_2 \leftarrow \end{array} \begin{bmatrix} 0.023 \\ -0.0454 \\ 0.089 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} H \qquad\qquad N \\ \left[\begin{array}{cc|c} 24.47 & -12.23 & 6.54 \\ -12.23 & 24.95 & -3.05 \\ \hline -6.11 & 3.05 & 22.54 \end{array}\right] \\ J \qquad\qquad L \end{array} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \end{bmatrix}$$

با روش N-R این مثال را جلسه پیش حل کردیم حالا می‌خواهیم همین مثال را با روش دی‌کاپل حل کنیم. لذا در اینجا مقادیر J و N را صفر می‌گذاریم. داریم:

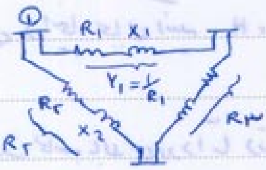
$$\begin{bmatrix} 0.023 \\ -0.0454 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 24.47 & -12.23 \\ -12.23 & 24.95 \end{bmatrix}}_{H} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \Delta\delta_2 = \text{---} \\ \Delta\delta_3 = \text{---} \end{array}$$

$$0.089 = \underbrace{22.54}_{L}\,\Delta|V_2| \rightarrow \Delta|V_2| = \frac{0.089}{22.54} = 0.00395$$

پس فقط ماتریس‌های H و L را در نظر می‌گیریم.

* یک روش دیگر هم بعنوان fast decoupled Load flow داریم با این تفاوت که در آنجا $\sin\delta \simeq \delta$ در نظر می‌گیریم. $\cos\delta \simeq 1$

* یک روش پخش بار DC هم داریم که در آن $Q=0$ در نظر می‌گیرند لذا دیگر در شبکه اندوکتانس نداریم. و فقط با مقادیر توان اکتیو کار می‌کنیم. عملاً و چون فقط توان اکتیو را در شبکه در نظر گرفتیم مدار فقط مقاومتی می‌شود لذا حل خیلی ساده‌تر می‌شود.



$\to Y_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

* در پخش بار به چند شاخص باید توجه کرد: ۱) دقت ۲) همگرایی ۳) سرعت ـ تعداد تکرار ۴) زمان محاسبات

N-R G-S دی سی

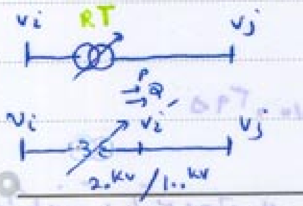
۵) سهولت در برنامه‌نویسی

از نظر برنامه‌نویسی G-S ساده‌تر از N-R است. از نظر همگرایی و دقت N-R بهتر است اما زمان محاسبات بیشتر است و سرعت کمتر است. بسته به اینکه کدام شاخص برای ما مهم‌تر است به سراغ یکی از روشهای پخش بار می‌رویم.

مثلاً اگر سرعت برای ما مهم بود به سراغ روش دی سی می‌رویم.

۳) ترانسفورماتور تنظیم (Regulating Transformer) : (RT)

دو نوع است: تنظیم دامنه ولتاژ
تنظیم زاویه (Phase shifting Trans. (PS)



به چه منظور استفاده می‌شود؟ فرض کنید خط انتقال زیر را داریم:

اگر ترانس RT را تنظیم نکنند نسبت تبدیل ثابت است.

1 : 5

1 : k   k = 5

a : 1   a = 1/5

۱) تنظیم دامنه :

می آیند tap changer ترانس RT را تغییر می دهند لذا ولتاژ ثانویه بالاتر می رود (از ۱۰۰ بیشتر می شود)

لذا نسبت k از ۱ بیشتر می شود، لذا نسبت تبدیل تغییر می کند. اگر در حالت pu بخواهیم می آییم k=1 می گذاریم

چون داریم ولتاژها را بر هم تقسیم می کنیم. لذا: $1/1 \to k=1.1$ یا $k=0.9$

وقتی $k=1$ نرمال، $k=1.1$ ولتاژ از ۱۰۰ بالاتر رفته ، $k=0.9$ ولتاژ از ۱۰۰ پایین تر آمده.

این کار را به دین دلیل انجام می دهیم تا ولتاژ ۲ بیشتر شود و لذا توان راکتیو عبوری از خط بیشتر می شود. اگر بخواهیم ($k=1.1$)

توان راکتیو عبوری کمتر شود $k=0.9$ می گذاریم. اگر بخواهیم توان راکتیو از ۱ به سمت ۲ بیاید کاری می کنیم

ولتاژ ثانویه از اولیه کمتر شود. لذا می توان توان راکتیو عبوری از خط را کنترل کرد. (با تنظیم دامنه ولتاژ)

۲) تنظیم زاویه : همین ترانس تپی است با این تفاوت که در آن زاویه δ را کنترل می کنند. لذا می توان توان اکتیو P

عبوری از خط را کنترل کرد.

** اگر بخواهیم که ترانسفو بتواند همزمان مقدار اندازه و زاویه را کنترل کند آن گاه نسبت تبدیل k عددی مختلط می شود.

حالا با وجود ترانس RT چگونه می توان Y_{bus} را تشکیل داد؟ اگر $k=1$ باشد که Y_{bus} معمولی را تشکیل می دهیم

اما اگر مقدار k چیزی غیر از این بود باید k در Y_{bus} ظاهر شود. که هر بار که k تغییر می کند مقدار k را

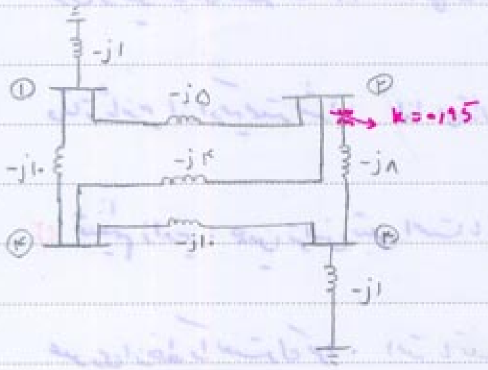
مقدار جدید می گذاریم.

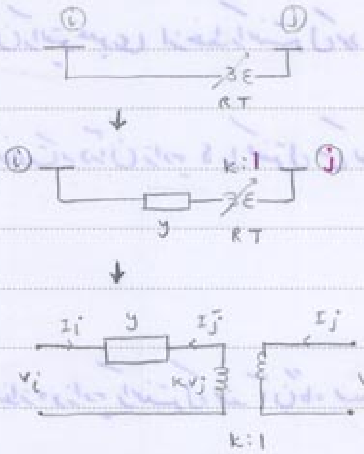
با یک مثال این مسئله را بیشتر توضیح می دهیم :

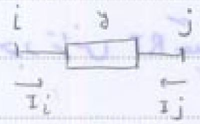
مثال) در Y_{bus} ای که برای مثال قبل نوشتیم:

$$Y_{bus}\ \text{مثال قبل} = \begin{bmatrix} -j12 & j5 & 0.0 & j10 \\ j5 & -j17 & j8 & j4 \\ 0.0 & j8 & -j19 & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix}$$

اگر بین باسهای ۲ و ۳ و نزدیک باس ۲ یک ترانس تنظیم با نسبت تبدیل $k = 0.95$ وجود داشته باشد، Y_{bus} جدید را بدست آورید. چون بین باس ۲ و ۳ است فقط به مقادیر y_{22} ، y_{23} ، y_{32} ، y_{33} از ماتریس بالا نیاز داریم و آن‌ها را تغییر می‌دهیم به طوری که عدد k در آن ظاهر شود و اگر $k=1$ گذاشتیم به همان مقادیر قبلی برسیم.







وقتی ترانس نباشد:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

در اینجا ترانس هست باید یک جوری جریانها را به ولتاژها ارتباط دهیم:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

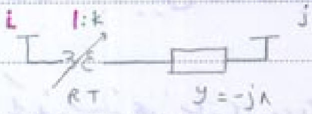
$$S_i = S_j \rightarrow \overbrace{V_j I_j^*}^{S_j} = \overbrace{kV_j I_j'^*}^{S_i} \longrightarrow I_j^* = k I_j'^* \longrightarrow I_j = k^* I_j'$$

$$\rightarrow I_j = k^* y(kV_j - V_i) = k^* y k V_j - k^* y V_i \Rightarrow \boxed{I_j = |k|^2 y V_j - k^* y V_i}$$

$$\boxed{I_i = (v_i - k v_j)\, y = y v_i - k y v_j} \rightarrow \begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -ky \\ -k^* y & |k|^2 y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix}$$

حالا اگر $k=1$ بگذاریم ماتریس مربوط به حالت بدون ترانس بدست می‌آید.

این در حالتی بود که ترانس نزدیک باس j باشد. همین حالت را وقتی که ترانس نزدیک باس i باشد می‌توان استدلال کرد:



$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |k|^2 y & -k^* y \\ -ky & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix}$$

نسبت تبدیل این ترانس $k:1$ بود، اگر نسبت تبدیل $1:k$ بود این ضرایب k در مخرج ظاهر می‌شد.

برای سادگی طرفی را که به باس نزدیک‌تر است همیشه i می‌گذاریم.

بنابراین ماتریس Y_{bus} بصورت زیر درمی‌آید:

$$Y_{23} = \begin{bmatrix} -j8k^2 & j8k \\ j8k & -j8 \end{bmatrix} \rightarrow Y_{bus}^{new} = \begin{bmatrix} -j17 & j5 & 0 & j10 \\ j5 & -j9-j8k^2 & j8k & j4 \\ 0 & j8k & -j19 & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix} \xrightarrow{k=0.95} \begin{bmatrix} -16.32 & j7.6 \\ j7.6 & -j19 \end{bmatrix}$$

حالا اگر $k=0.95$ بگذاریم مقدارهای مورد Y_{bus}^{new} بدست می‌آید.

اگر $k=1$ بگذاریم باید همان مقدار قبلی بدست بیاید.

اگر Ph هم داشته باشیم فرقی ندارد فقط k یک عدد مختلط می‌شود.
phase shifting

فصل هشتم: پخش بار اقتصادی (Economic Dispatch):

می‌خواهیم ببینیم که چگونه تعیین کنیم که هر ژنراتور چه مقدار توان تولید کند؟

هزینه های تولید برق در نیروگاهها مختلف متفاوت است بسته به نوع تکنولوژی، نوع بهره برداری و .....

ملاک ما برای تعیین توان تولیدی هر ژنراتور ملاک اقتصادی است بطوریکه هزینه کل مینیمم شود. بنابراین در این فصل

با یک مسئله بهینه سازی روبرو هستیم.

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} c_i(P_{g_i}) \\ \text{subject to:} \\ P_{g_{i\,min}} < P_{g_i} < P_{g_{i\,max}} \\ \sum_{i=1}^{n} P_{g_i} = \sum_{i=1}^{n} P_{d_i} + P_{Loss} \end{cases}$$

یعنی می‌خواهیم به میزان مصرف‌مان توان تولید کنیم.

توجه: در مسئله پخش بار و پخش بار اقتصادی همزمان مطرح می‌شوند. یعنی باید قیود فصل پخش بار را هم در نظر بگیریم.

که به آن OPF (Optimal Power Flow) می‌گوییم.

هزینه تولید برق: ۱) هزینه ثابت ۲) هزینه متغیر: تابعی از میزان تولید.

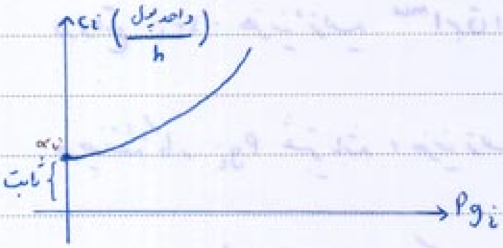
۱) هزینه ثابت: هزینه سرمایه گذاری جزء هزینه‌های ثابت می‌باشد. بطور عمده هزینه های ثابت شامل هزینه سرمایه‌گذاری

می‌شود.

۲) هزینه متغیر: هزینه بهره برداری جزء هزینه‌ها متغیر می‌باشد. هزینه‌ی بهره برداری در نیروگاهها شامل:

هزینه سوخت، هزینه تعمیر و نگهداری و هزینه پرسنلی می‌باشد.

(قسمت اعظم)



بنابراین اگر منحنی تولید را رسم کنیم خواهیم داشت:

لذا تابع هزینه به توان تولیدی ربط دارد و این ارتباط، یک ارتباط (تابع) غیرخطی است.

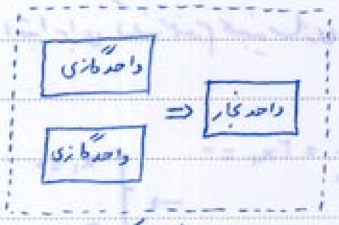
* تابع هزینهٔ تولید ژنراتورها به طور معمول با تابع درجهٔ ۲ تقریب زده می‌شود:

$$\boxed{C_i(P_{g_i}) = \alpha_i + \beta_i P_{g_i} + \gamma_i P_{g_i}^2}$$

در واقع این ثوابت α و β و γ هستند که هزینهٔ تولید را در نیروگاه‌های مختلف برای ما تعیین می‌کنند و مقادیر متغیر هستند.

نیروگاه‌های آبی هزینه سرمایه‌گذاری بالاتر است یعنی α_i بالا (هزینه سرمایه‌گذاری) و β_i و γ_i (هزینه بهره‌برداری) اش کم است چون سوخت مصرف نمی‌شود. به همین ترتیب در نیروگاه‌های مختلف مقادیر α_i و β_i و γ_i متفاوت است.

در نیروگاه گازی هر سه این ضرایب بالا هستند. مزیت آن فقط این است که ۱) زمان احداث کم ۲) زمان وارد شدن به مدار کم (در پیک بار به درد می‌خورد)



(سیکل ترکیبی)

* برای افزایش راندمان نیروگاه‌های گازی از سیکل ترکیبی استفاده می‌شود.

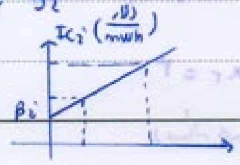
۲ واحد گازی نیاز است چون یک واحد تنها نمی‌تواند واحد بخار را Support کند.

* برای به دست آوردن مقدار بهینه ما با عمل مشتق‌گیری روبه‌رو می‌شویم که به این مشتق، نمو تابع گفته می‌شود.

نمو تابع هزینه: (Incremental Cost) (IC)

$$IC_i = \frac{\partial C_i(P_{g_i})}{\partial P_{g_i}} = \beta_i + 2\gamma_i P_{g_i}$$

بنابراین نمو تابع هزینه یک خط می‌شود:



در واقع IC_i : هزینه تولید MW ابرق اضافی در نقطه کار P_{g_i} را می‌رساند.

هرچه نقطه کار P_{g_i} بیشتر باشد، هزینه تولید IC_i افزایش می‌یابد (رابطه طبق نمودار خطی است)

* حالا می‌خواهیم مسأله بهینه‌سازی را حل کنیم : فرض اولیه برای ساده‌سازی ← بدون تلفات در نظر می‌گیریم لذا

مسأله پخش بار اقتصادی را در دو حالت بررسی می‌کنیم : ۱) بدون در نظر گرفتن تلفات
۲) با در نظر گرفتن تلفات

اگر مسأله را با در نظر گرفتن تلفات حل کنیم اقتصادی‌تر است.

یعنی کاری کنیم که هم تلفات و هم هزینه مینیمم شود.

حالت اول) پخش بار اقتصادی بدون در نظر گرفتن تلفات :

لذا خواهیم داشت :

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} c_i(P_{g_i}) \\ P_D = \sum_{i=1}^{n} P_{g_i} \quad \text{کل مصرف مورد نیاز} \\ P_{g_{i\,min}} < P_{g_i} < P_{g_{i\,max}} \end{cases}$$

ابتدا برای درک مفهوم بهینه‌سازی در حالت ریاضی بیشتر آن را توضیح می‌دهیم :

1) $\min f(x) \xrightarrow{\text{مثال}} \min f(x_1,x_2) = (x_1^2+x_2^2) \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} = 2x_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

یعنی ابتدا مشتق می‌گیریم و مساوی با صفر قرار می‌دهیم. اما در این مسأله هیچ محدودیتی نداشتیم.

2) $\min f(x)$ s.t.: $h(x)=0$ $\xrightarrow{\text{مثال}}$ $\min f(x) = x_1^2+x_2^2$ s.t.: $2x_1+x_2=3$ → به این حالت مسأله بهینه‌سازی غیرخطی می‌گوییم

روش حل : روش لاگرانژ

در روش لاگرانژ تابعی به نام تابع لاگرانژ را تشکیل می‌دهیم و به ازای هر قید یک جمله را در تابع اضافه می‌کنیم:

$h(x)$

ضریب لاگرانژ

$$L(x,\lambda) = f(x) + \lambda \cdot h(x) \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_i} = 0 & i = 1,2,\dots,n \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow h(x) = 0 \end{cases}$$

رابطه کلی: $\lambda_1 h_1 + \lambda_2 h_2 + \dots$

لذا در مثال ۲ داریم:

$$L(x_1,x_2,\lambda) = x_1^2 + x_2^2 + \lambda(2x_1 + x_2 - 3)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = 2x_1 + 2\lambda = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2} = 2x_2 + \lambda = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 2x_1 + x_2 - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6}{5} \\ x_2 = \frac{3}{5} \\ \lambda = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

در مسأله خودمان داریم:

$$L(P_{g_1}, P_{g_2}, \dots, P_{g_n}, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} C_i(P_{g_i}) + \lambda\left(P_D - \sum_{i=1}^{n} P_{g_i}\right)$$

(دیگر Σ نداریم چون فقط عبارت مربوط به P_{g_i} داریم و مشتق نسبت به سایر P_g ها صفر می‌شود.)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial P_{g_i}} = \overbrace{\dfrac{\partial C_i(P_{g_i})}{\partial P_{g_i}}}^{IC_i} + \lambda(-1) = 0 & i = 1,2,\dots,n \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = P_D - \sum_{i=1}^{n} P_{g_i} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow IC_i - \lambda = 0 \qquad i = 1,2,\dots,n$$

بنابراین شرط بهینگی اقتصادی (در شرایط بدون تلفات) این است که IC ها با هم برابر و برابر با مقدار λ باشد لذا:

* در حالت بدون تلفات:

شرط بهینگی اقتصادی: $\begin{cases} IC_1 = IC_2 = \dots = IC_n = \lambda \\ \sum P_{g_i} = P_D \end{cases}$ $\xRightarrow{\text{حل این دستگاه معادلات}}$ $P_{g_1}, \dots, P_{g_n}$ تعیین می‌شوند

* اگر محدودیت نامساوی هم داشتیم بعد از حل و رسیدن به شرایط بهینگی اقتصادی می‌آییم محدودیت نامساوی را با مقادیر بدست آمده …

بررسی می‌کنیم. اگر محدودیتی برای یک توان نقض شده بود مقدار توان را برابر با حد نقض شده قرار می‌دهیم. بقیه بار را به طور مجدد بین بقیه واحدها باقیمانده توزیع می‌کنیم.

مثال) نمو هزینه دو نیروگاه به صورت مقابل است:

$$\begin{cases} IC_1 = \dfrac{dC_1(P_1)}{dP_1} = 0.008P_1 + 8 \\[2ex] IC_2 = \dfrac{dC_2(P_2)}{dP_2} = 0.0096P_2 + 6.4 \end{cases}$$

(اگر در سوال IC را خود مسئله نداده بود باید از روی C آن را حساب می‌کردیم)

توزیع اقتصادی بار $\underbrace{900^{MW}}_{P_D}$ را با در نظر گرفتن محدودیت زیر برای واحدهای تولیدی بدست آورید.

$$\begin{cases} 100^{MW} < P_1 < 625^{MW} \\ 100^{MW} < P_2 < 625^{MW} \end{cases}$$

در این مسئله صحبتی از تلفات نشده => بدون در نظر گرفتن تلفات مسئله را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} IC_1 = IC_2 \\ P_1 + P_2 = 900 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 0.008P_1 + 8 = 0.0096P_2 + 6.4 \\ P_1 + P_2 = 900 \end{cases} \xrightarrow{\text{پس از حل دستگاه}} \begin{cases} P_1 = 400 \\ P_2 = 500 \end{cases} \xrightarrow{\text{چک کردن در محدودیت}} \begin{cases} 100 < P_1 < 625 \\ 100 < P_2 < 625 \end{cases} \checkmark$$

هر حالت دیگری P_1 و P_2 را غیر از این مقدار بگذاریم هزینه بیشتر می‌شود.

ب) اگر بار مصرفی 1230^{MW} باشد توزیع اقتصادی چگونه می‌شود؟

$$\begin{cases} 0.008P_1 + 8 = 0.0096P_2 + 6.4 \\ P_1 + P_2 = 1230 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} P_1 = 580 \\ P_2 = 650 \end{cases} \xrightarrow{\text{در محدوده چک می‌کنیم}} 100 < P_1 < 625$$

اما: $P_2 = 650 > 625 \rightarrow \boxed{P_2 = P_2^{max} = 625}$

حالا بقیه توان را بین بقیه واحدهایی که نقض نشده مجدد توزیع می‌کنیم:

$$\boxed{P_1 = 1230 - 625 = 605^{MW}}$$

توجه: دیگر در این نقطه، ICها با هم برابر نیست چون محدودیت نقض شد. اما این نقطه، نقطه بهینه اقتصادی هست.

ج) اگر بار مصرفی 300^{MW} باشد توزیع اقتصادی را مجدداً بدست آورید.

$$\begin{cases} 0.008P_1 + 8 = 0.0096P_2 + 6.4 \\ P_1 + P_2 = 300 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_1 = 73^{MW} < P_{1min} \\ P_2 = 224^{MW} \checkmark \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_1 = P_1^{min} = 100 \\ P_2 = P_D - P_1 = 300 - 100 = 200 \end{cases}$$

* اگر ۳ تا واحد داشتیم:

$$\begin{cases} IC_1 = IC_2 \\ IC_1 = IC_3 \\ P_1 + P_2 + P_3 = P_D \end{cases} \longrightarrow P_1, P_2, P_3 \longrightarrow P_1^{max} = P_1 \rightarrow \begin{cases} IC_2 = IC_3 \\ P_2 + P_3 = P_D - P_1^{max} \end{cases}$$

د) در حالت اول اگر بار مصرفی 900^{MW} را بطوری بین نیروگاهها تقسیم دهیم چقدر هزینه تغییر می‌کند؟

$P_1: 400 \longrightarrow 450$

$P_2: 500 \longrightarrow 450$

$$\Delta C_1 = \int_{400}^{450} (0.008P_1 + 8)\, dP_1 = +570 \ \frac{\text{دلار}}{h}$$

یعنی اگر واحد ۱ بجای ۴۰۰، ۴۵۰ تا تولید کند هزینه‌اش به اندازه ۵۷۰ دلار افزایش می‌یابد.

$$\Delta C_2 = \int_{500}^{450} (0.0096P_2 + 6.4)\, dP_2 = -548 \ \frac{\text{دلار}}{h}$$

$$\rightarrow \Delta C = \Delta C_1 + \Delta C_2 = 570 - 548 = 22 \ \frac{\text{دلار}}{h}$$

$$\rightarrow \Delta C_{\text{سال}} = 22 \times 24 \times 365 = 192720 \ \frac{\text{دلار}}{\text{سال}}$$

۲) پخش بار اقتصادی با در نظر گرفتن تلفات:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} c_i(P_{g_i}) \\ \text{s.t}: \quad P_D + P_{Loss} = \sum_{i=1}^{n} P_{g_i} \\ \qquad P_{g_i}^{min} < P_{g_i} < P_{g_i}^{max} \end{cases} \xrightarrow[\text{تشکیل می‌دهیم}]{\text{تابع لاگرانژ}} L(P_{g_1}, \dots, P_{g_n}, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} c_i(P_{g_i}) + \underset{\text{ضریب لاگرانژ}}{\lambda}\left(P_D + P_{Loss} - \sum_{i=1}^{n} P_{g_i}\right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial P_{g_i}} = \underbrace{\dfrac{\partial c_i(P_{g_i})}{\partial P_{g_i}}}_{IC_i} + \lambda\left(\underbrace{\dfrac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{g_i}}}_{ITL_i} - 1\right) = 0 \qquad i = 1, 2, \dots, n \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = P_D + P_{Loss} - \sum_{i=1}^{n} P_{g_i} = 0 \end{cases}$$

تعریف می‌نیم : Increamental Transmission Loss : ITL $\quad ITL_i \triangleq \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{gi}}$

« نمو تلفات انتقال »

$$\rightarrow I_{ci} + \lambda(ITL_i - 1) = 0 \rightarrow \lambda = \overset{=L_i}{\frac{1}{1-ITL_i}} \cdot I_{ci}$$

$$\rightarrow \lambda = L_i \cdot I_{ci}$$

L_i : Penalty Factor فاکتور ضریب جریمه

درحالت با تلفات :

شرط پخش اقتصادی : $\boxed{L_1 I_{c1} = L_2 I_{c2} = \dots = L_n I_{cn}} = \lambda$ و $P_D + P_{Loss} = \sum_{i=1}^{n} P_{gi}$

بنابراین در اینجا ابتدا می‌آییم از تلفات نسبت به P_{gi} مشتق می‌گیریم و بعد فاکتور جریمه را احساب می‌کنیم (حتماً عدد ثابت نیست ممکن است تابع P_{gi}ها باشد.)

مثال) حالت ۲ واحد: $\quad P_{Loss} = 0.004 P_1^2 + 0.006 P_1 P_2 + 0.001 P_2^2$

$$ITL_1 = \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_1} = 0.008 P_1 + 0.006 P_2 \rightarrow L_1 = \frac{1}{1-ITL_1} = \frac{1}{1-0.008P_1 - 0.006P_2}$$

$$ITL_2 = \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_2} = 0.006 P_1 + 0.002 P_2 \rightarrow L_2 = \frac{1}{1-ITL_2} = \frac{1}{1-0.006P_1 - 0.002P_2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} L_1 \cdot I_{c1} = L_2 \cdot I_{c2} \\ P_1 + P_2 = P_D + P_{Loss} \end{cases} \longrightarrow$$ از حل این دستگاه P_1 و P_2 بدست می‌آید.

* فرم کلی تابع تلفات : اگر داشته باشیم : $\bar{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}$ که در آن P_i توان تولیدی هر واحد باشد

آنگاه تابع کلی تلفات را بصورت روبرو تعریف می‌کنیم: $\quad P_{Loss} = P^T_{1\times n} \cdot \underbrace{B_{n\times n}}_{\text{ماتریس تلفات شبکه}} \cdot P_{n\times 1}$

مثلاً اگر ۲ واحد داشته باشیم: ۲ باسه: $P_{Loss} = [P_1 \quad P_2] \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$

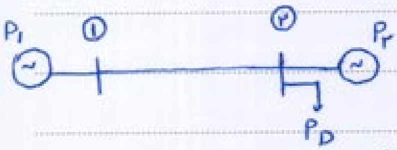
$$\rightarrow P_{Loss} = B_{11} P_1^2 + B_{12} P_1 P_2 + B_{21} P_1 P_2 + B_{22} P_2^2$$

$$= B_{11} P_1^2 + 2 B_{12} P_1 P_2 + B_{22} P_2^2$$

* ماتریس تلفات متقارن است ، $B_{ij} = B_{ji}$

* در مسائل یا ماتریس تلفات را می‌دهند و P_{Loss} را خودمان باید حساب کنیم یا در مسئله مقدار آن را مستقیم می‌دهند یا از اطلاعاتی که در مسئله هست باید P_{Loss} را تعیین کنیم.

مثال) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت ۲ باسه بصورت مقابل است:



درصورتیکه 200^{MW} توان از باس ۱ به باس ۲ منتقل شود تلفات خط 16^{MW} خواهد بود. اگر نمو هزینه واحدها بصورت زیر باشد برای حالتی که $\lambda = 12.5 \ \frac{\text{دلار}}{mwh}$ باشد توان تولیدی هر نیروگاه و همچنین میزان مصرف را بدست آورید.

$$\begin{cases} IC_1 = 0.01 P_1 + 8.5 & \frac{\text{دلار}}{mwh} \\ IC_2 = 0.015 P_2 + 9.5 & \frac{\text{دلار}}{mwh} \end{cases}$$

* ابعاد B به تعداد باسها است یعنی مثلاً اگر ۲ باس داشتیم B ، ۲×۲ است.

$$P_{Loss} = P^T . B . P = [P_1 \quad P_2] \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = B_{11} P_1^2 + 2 B_{12} P_1 P_2 + B_{22} P_2^2$$

* در باس یک ، باری نداریم پس قطعاً P_1 و P_2 تولید می‌کنند تا P_D مصرف کند پس هرچه P_1 تولید کند تزریق به خط می‌شود.

پس تلفات خط فقط تابع P_1 است. لذا در رابطه بالا، عباراتی که شامل P_2 است صفر می‌شود:

(ولی اگر در باس یک ، مصرف کننده ای داشتیم از این نکته نمی‌توانیم استفاده کنیم)

Subject:
Year. Month. Date. (۱۳۵

$\underbrace{B_{12}=0 \ , \ B_{22}=0}_{\text{چون تلفات فقط تابعی از } P_1} \rightarrow P_{Loss} = B_{11} P_1^2 \rightarrow 16 = B_{11}(200)^2 \rightarrow B_{11} = 0.0004$

$\rightarrow \boxed{P_{Loss} = 0.0004 P_1^2}$

$$\begin{cases} ITL_1 = \dfrac{\partial P_{Loss}}{\partial P_1} = 0.0008 P_1 \longrightarrow L_1 = \dfrac{1}{1-ITL_1} = \dfrac{1}{1-0.0008P_1} \\ ITL_2 = \dfrac{\partial P_{Loss}}{\partial P_2} = 0 \longrightarrow L_2 = \dfrac{1}{1-0} = \boxed{1} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} L_1 IC_1 = L_2 IC_2 = \lambda = 12.5 \\ P_1 + P_2 = P_D + P_{Loss} \end{cases}$$

$\rightarrow L_1 IC_1 = 12.5 \rightarrow \dfrac{1}{1-0.0008P_1}(0.01P_1 + 8.5) = 12.5 \rightarrow \boxed{P_1 = 200^{MW}}$

$L_2 IC_2 = 12.5 \rightarrow 1 \times (0.015P_2 + 9.5) = 12.5 \rightarrow \boxed{P_2 = 200^{MW}}$

$P_{Loss} = 0.0004 P_1^2 = 0.0004 \times (200)^2 = 16^{MW}$

$P_D = P_1 + P_2 - P_{Loss} = 200 + 200 - 16 = \boxed{384^{MW}}$

PAPCO